2) */ $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x(1-\ln x)}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0^+} 1-\ln x = +\infty$

$f$ non dérivable a droite en $0$.

*/ $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{xe^{2x+1}}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0^-} e^{2x+1} = e$

Donc $f$ est dérivable a gauche en 0

et $f_g'(0) = e$

**Conclusion :**

$f$ non dérivable en $x_0 = 0$.

3) •Pour $x<0$:

$f'(x) = (x)'e^{2x+1} + x(2x+1)'e^{2x+1}$

$= e^{2x+1} + 2xe^{2x+1}$

$\Leftrightarrow f'(x) = (2x+1)e^{2x+1}$

Le signe de $f'(x)$ est celui de

$(2x+1)$ Car $e^{2x+1} > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

• Pour $x>0$:

$f'(x) = (x)'(1-\ln x) + x(1-\ln x)'$

$= 1-\ln x + x\left(-\dfrac{1}{x}\right) = 1-\ln x - 1 = -\ln x$

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-\ln x$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**Conclusion :**

T.V :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↘ | $-\frac{1}{2}$ | ↗ | ‖ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(1-\ln x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} xe^{2x+1}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} (xe^x).e^{x+1} = 0$ $\boxed{e^a.e^b = e^{a+b}}$

$f(1) = 1(1-\ln 1) = 1$

$f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \left(-\dfrac{1}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}\times 2+1} = -\dfrac{1}{2}e^{-1+1}$

$= -\dfrac{1}{2}e^0 = -\dfrac{1}{2}$

4)*/ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ est une

Asymptote a $C_f$ au voisinage de $-\infty$.

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{xe^{2x+1}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x+1} = +\infty$

$C_f$ Admet une B.I.P au voisinage de $+\infty$ de direction celle de $(o,\vec{j})$

Courbe :